Inference at $*$ 1 0
of proof for Lemma complete_nat_ind:

1. $P : \mathbb{N} \to \mathbb{P}\{\mathrm{k}\}$
2. $\forall i{:}\mathbb{N}.\ (\forall j{:}\mathbb{N} i.\ P(j)) \Rightarrow P(i)$
3. $i : \mathbb{N}$

$\vdash P(i)$

by PERMUTE{1:n,
2:n,
3:n,
4:n,
5:n,
6:n,
7:n,
8:n,
9:n,
10:n,
11:n,
12:n,
13:n,
14:n,
5:n,
15:n,
16:n,
17:n}

1: .....arith..... NILNIL

3. $zz : \mathbb{Z}$
4. $zz < 0$
5. $((zz + 1) \geq 0\ ) \Rightarrow (\forall i{:}\mathbb{N}.\ (i < (zz + 1)) \Rightarrow P(i))$
6. $zz \geq 0$

$\vdash \forall i{:}\mathbb{N}.\ (i < zz) \Rightarrow P(i)$

2: .....wf..... NILNIL

3. $zz : \mathbb{Z}$
4. $zz < 0$
5. $((zz + 1) \geq 0\ ) \Rightarrow (\forall i{:}\mathbb{N}.\ (i < (zz + 1)) \Rightarrow P(i))$

$\vdash (zz \geq 0\ ) \in \mathbb{P}_1$

3:

4. $i < 0$

$\vdash P(i)$

4: .....wf..... NILNIL

$\vdash (i < 0) \in \mathbb{P}_1$
5: . . . . .wf. . . . . NILNIL

2. $\forall i{:}\mathbb{N}.\ (\forall j{:}\mathbb{N}i.\ P(j)) \Rightarrow P(i)$
$\vdash \mathbb{N} \in \text{Type}$
6: . . . . .wf. . . . . NILNIL

2. $\forall i{:}\mathbb{N}.\ (\forall j{:}\mathbb{N}i.\ P(j)) \Rightarrow P(i)$
$\vdash (0 \geq 0\ ) \in \mathbb{P}_1$
7: . . . . .arith. . . . . NILNIL

3. $zz : \mathbb{Z}$
4. $0 < zz$
5. $zz \geq 0$
$\vdash (zz\text{ - }1) \geq 0$
8: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $zz : \mathbb{Z}$
4. $0 < zz$
5. $i : \mathbb{N}$
6. $i < zz$
7. $i_1 : \mathbb{N}i$
$\vdash i_1 \in \mathbb{N}$
9:

3. $zz : \mathbb{Z}$
4. $0 < zz$
5. $i : \mathbb{N}$
6. $i < zz$
7. $i_1 : \mathbb{N}i$
$\vdash i_1 < (zz\text{ - }1)$
10: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $zz : \mathbb{Z}$
4. $0 < zz$
5. $\forall i{:}\mathbb{N}.\ (i < (zz\text{ - }1)) \Rightarrow P(i)$
6. $i : \mathbb{N}$
7. $i < zz$
$\vdash \mathbb{N}i \in \text{Type}$
11:

4. $\forall i_1{:}\mathbb{N}i.\ P(i_1)$
$\vdash P(i)$
12: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $zz : \mathbb{Z}$
4. $0 < zz$
5. $\forall i{:}\mathbb{N}.\ (i < (zz\text{ - }1)) \Rightarrow P(i)$
6. $i : \mathbb{N}$
$\vdash (i < zz) \in \mathbb{P}_1$

13: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $zz : \mathbb{Z}$
4. $0 < zz$
5. $\forall i{:}\mathbb{N}.\ (i < (zz\text{ - }1)) \Rightarrow P(i)$
$\vdash \mathbb{N} \in \text{Type}$

14: . . . . .wf. . . . . NILNIL

3. $zz : \mathbb{Z}$
4. $0 < zz$
5. $((zz\text{ - }1) \geq 0\ ) \Rightarrow (\forall i{:}\mathbb{N}.\ (i < (zz\text{ - }1)) \Rightarrow P(i))$
$\vdash (zz \geq 0\ ) \in \mathbb{P}_1$

15: . . . . .wf. . . . . NILNIL

$\vdash (i + 1) \in \mathbb{N}$

16: . . . . .wf. . . . . NILNIL

$\vdash i \in \mathbb{N}$

17: . . . . .arith. . . . . NILNIL

$\vdash i < (i + 1)$

.

---

http://www.nuprl.org/FDLcontent/p0_359040_/p121_92680_{complete_nat_ind}1_0.html